Exercise 1

Solve the linear inequalities

1. $-3x - 2 \geq -14$

2. $4 + x \geq 1 - 3x$

3. $-\frac{x}{2} + 4 < \frac{x}{3} - 1$

4. $\frac{1}{3} - x \geq 2 + \frac{x}{2}$

5. $\dfrac{3x+1}{5} < \dfrac{2x-1}{3}$

6. $\dfrac{x-3}{3} - \dfrac{4+x}{4} \leq 3 \cdot (1 - x) + \dfrac{37x-48}{12}$

7. $4 \cdot (x - 2) + 3 \cdot \dfrac{x-1}{4} > -x - \dfrac{35}{4}$

8. $\dfrac{2x+5}{10} - \dfrac{x+3}{6} \leq \dfrac{x}{30}$

9. $\dfrac{x}{7} - \dfrac{2 \cdot (x+3)}{21} \leq x - 1$

10. $\dfrac{1}{3} \cdot \left(2x - \dfrac{1+x}{5}\right) - \dfrac{1}{2} \cdot \left(1 - \dfrac{2+x}{3}\right) \leq \dfrac{x-4}{6} + \dfrac{3x}{5}$

1. $-3x - 2 \geq -14 \Leftrightarrow -3x \geq -14 + 2 \Leftrightarrow -3x \geq -12 \Leftrightarrow x \leq 4$

   $S =]-\infty \; ; \, 4]$

2. $4 + x \geq 1 - 3x \Leftrightarrow x + 3x \geq 1 - 4 \Leftrightarrow 4x \geq -3 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$

   $S = [-\frac{3}{4} \; ; \, +\infty[$

3. $-\frac{x}{2} + 4 < \frac{x}{3} - 1 \Leftrightarrow -\frac{x}{2} - \frac{x}{3} < -1 - 4 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 1 + 4 \Leftrightarrow \frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} > 5$

   $\Leftrightarrow 3x + 2x > 30 \Leftrightarrow 5x > 30 \Leftrightarrow x > 6$

   $S =]6 \; ; \, +\infty[$

4. $\frac{1}{3} - x \geq 2 + \frac{x}{2} \Leftrightarrow -x - \frac{x}{2} \geq 2 - \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{3x}{2} \geq \frac{5}{3} \Leftrightarrow -\frac{9x}{6} \geq \frac{10}{6} \Leftrightarrow -9x \geq 10$

   $\Leftrightarrow x \leq -\frac{10}{9}$ **$S =]-\infty \; ; \, -\frac{10}{9}]$**

5. $\frac{3x+1}{5} < \frac{2x-1}{3} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot (3x+1)}{15} < \frac{5 \cdot (2x-1)}{15} \Leftrightarrow 3 \cdot (3x + 1) < 5 \cdot (2x - 1)$

   $\Leftrightarrow 9x + 3 < 10x - 5 \Leftrightarrow 9x - 10x < -5 - 3 \Leftrightarrow -x < -8 \Leftrightarrow x > 8$

   $S =]8 \; ; \, +\infty[$

6. $\frac{x-3}{3} - \frac{4+x}{4} \leq 3 \cdot (1 - x) + \frac{37x-48}{12}$

   $\Leftrightarrow \frac{4 \cdot (x-3)}{12} - \frac{3 \cdot (4+x)}{12} \leq \frac{36 \cdot (1-x)}{12} + \frac{37x-48}{12}$

   $\Leftrightarrow 4 \cdot (x - 3) - 3 \cdot (4 + x) \leq 36 \cdot (1 - x) + 37x - 48$

   $\Leftrightarrow 4x - 12 - 12 - 3x \leq 36 - 36x + 37x - 48$

   $\Leftrightarrow x - 24 \leq x - 12 \Leftrightarrow x - x \leq -12 + 24 \Leftrightarrow 0x \leq 12$ *(inéquation indéterminée)*

   $S = \mathbb{R}$

7. $4 \cdot (x - 2) + 3 \cdot \frac{x-1}{4} > -x - \frac{35}{4} \Leftrightarrow \frac{16 \cdot (x-2)}{4} + \frac{3 \cdot (x-1)}{4} > \frac{-4x}{4} - \frac{35}{4}$

   $\Leftrightarrow 16 \cdot (x - 2) + 3 \cdot (x - 1) > -4x - 35 \Leftrightarrow 16x - 32 + 3x - 3 > -4x - 35$

   $\Leftrightarrow 19x - 35 > -4x - 35 \Leftrightarrow 19x + 4x > -35 + 35 \Leftrightarrow 23x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

   $S =]0 \; ; \, +\infty[$

8. $\frac{2x+5}{10} - \frac{x+3}{6} \leq \frac{x}{30} \Leftrightarrow \frac{6 \cdot (2x+5)}{60} - \frac{10 \cdot (x+3)}{60} \leq \frac{2x}{60}$

   $\Leftrightarrow 6 \cdot (2x + 5) - 10 \cdot (x + 3) \leq 2x \Leftrightarrow 12x + 30 - 10x - 30 \leq 2x$

   $\Leftrightarrow 2x \leq 2x \Leftrightarrow 2x - 2x \leq 0 \Leftrightarrow 0x \leq 0$ *(inéquation indéterminée)*

   $S = \mathbb{R}$

9. $\frac{x}{7} - \frac{2 \cdot (x+3)}{21} \leq x - 1 \Leftrightarrow \frac{3x}{21} - \frac{2 \cdot (x+3)}{21} \leq \frac{21 \cdot (x-1)}{21}$

   $\Leftrightarrow 3x - 2 \cdot (x + 3) \leq 21 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow 3x - 2x - 6 \leq 21x - 21$

   $\Leftrightarrow 3x - 2x - 21x \leq -21 + 6 \Leftrightarrow -20x \leq -15 \Leftrightarrow x \geq \frac{15}{20} \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{4}$

   $S = [\frac{3}{4} \; ; \, +\infty[$

10. $\frac{1}{3} \cdot \left(2x - \frac{1+x}{5}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{2+x}{3}\right) \leq \frac{x-4}{6} + \frac{3x}{5}$

    $\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1+x}{15} - \frac{1}{2} + \frac{2+x}{6} \leq \frac{x-4}{6} + \frac{3x}{5}$

    $\Leftrightarrow 20x - 2 \cdot (1 + x) - 15 + 5 \cdot (2 + x) \leq 5 \cdot (x - 4) + 18x$

    $\Leftrightarrow 20x - 2 - 2x - 15 + 10 + 5x \leq 5x - 20 + 18x$

    $\Leftrightarrow 23x - 7 \leq 23x - 20$

    $\Leftrightarrow 23x - 23x \leq -20 + 7 \Leftrightarrow 0x \leq -13$ *(inéquation impossible)*

    $S = \varnothing$

Exercise 2

1. $30x - (15x + 95) \geq 38 - 7x$

2. $5x - 3 \cdot (x + 2) - 6 \cdot (x - 2) \leq 4x - 3 \cdot (x - 5)$

3. $4x - \dfrac{x}{4} - \dfrac{3x}{2} > 3$

4. $-x + \dfrac{x}{9} > \dfrac{2x}{2}$

5. $\dfrac{4x}{3} + 2x < \dfrac{x}{3} + 3x + 1$

6. $x + \dfrac{x-1}{2} > \dfrac{9x-3}{6}$

7. $\dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{3} \leq \dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{2}$

8. $-\dfrac{x}{4} + \dfrac{x}{3} - \dfrac{x}{10} \leq \dfrac{x}{6} - \dfrac{3x+2}{15}$

9. $\dfrac{5-2x}{15} - \dfrac{6+2x}{5} + \dfrac{4x+1}{20} \leq -\dfrac{49}{20}$

10. $\dfrac{x-5}{2} - \dfrac{2 \cdot (x-1)}{3} > \dfrac{x-3}{3} - \dfrac{x+1}{2}$

1. $S = \left] \dfrac{133}{22} \; ; \; +\infty \right[$

2. $S = \left[-\dfrac{9}{5} \; ; \; +\infty \right[$

3. $S = \left] \dfrac{4}{3} \; ; \; +\infty \right[$

4. $S = \mathbb{R}^{*}$

5. $S = \mathbb{R}$

6. $S = \emptyset$

7. $S =]-\infty \; ; \; 5]$

8. $S =]-\infty \; ; \; -8]$

9. $S = \left] \dfrac{49}{10} \; ; \; +\infty \right[$

10. $S = \emptyset$